

2. Осевое растяжение - сжатие

2.1. Основные понятия

Брус, испытывающий деформацию растяжения или сжатия, принято называть стержнем. В этой теме понятия брус и стержень будут синонимами.

Из материалов предыдущего раздела мы знаем, что вид деформации определяется по внутренним силовым факторам (ВСФ), точнее – по их наличию. Например, осевое растяжение-сжатие - это простой вид деформации, когда в поперечном сечении бруса возникает только один ВСФ - продольная сила N .

Эта деформация на практике возникает под действием двух взаимно противоположно направленных сил, равных по величине и приложенных строго вдоль оси стержня. Реализацию этого определения можно показать на рис. 2.1.

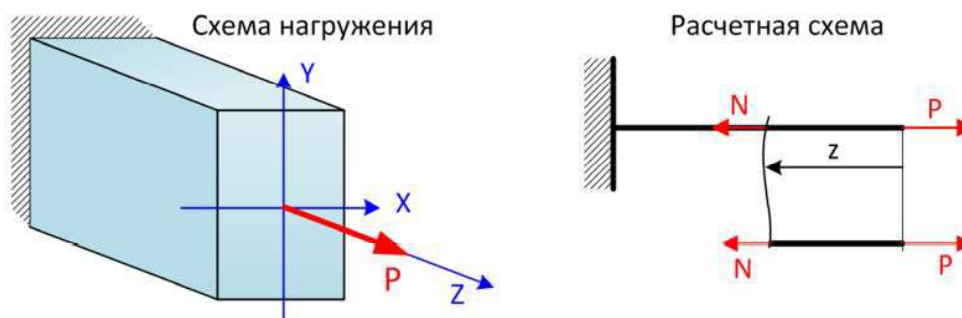


Рис. 2.1. К расчету N при растяжении-сжатии

Чтобы убедиться в том, что показанная на рисунке деформация есть осевое растяжение, определим ВСФ в сечениях бруса. Для этого воспользуемся методом сечений. Рассечем стержень на две части. Отбросим одну из них, например, правую часть. Вычислим ВСФ как сумму оставшихся в левой части внешних сил. Имеется всего одна внешняя сила – сила P . Она приложена вдоль оси стержня Z и не дает проекций на две другие оси X и Y . За счет действия внешней осевой силы возникнет внутренняя осевая сила – ВСФ N :

продольная сила $N = P$.

При растяжении или сжатии меняются линейные размеры стержня, причем как продольные, так и поперечные. Рассмотрим на примере растяжения бруса прямоугольной формы сечения (рис. 2.2).

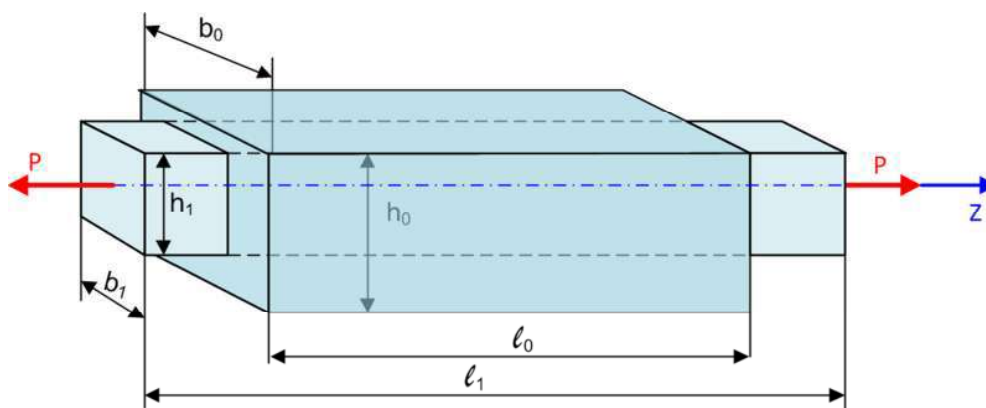


Рис. 2.2. Изменение размеров бруса при растяжении.

Увеличение длины стержня численно равно абсолютной продольной деформации Δl . Ее можно рассчитать как разность между конечной длиной стержня и начальной. Абсолютной ее называют потому, что измеряется в абсолютных единицах, т.е. в метрах.

$$\Delta l = l_1 - l_0$$

Удлинение стержня вызывает уменьшение поперечных размеров – сужение. Разность между конечными и начальными поперечными размерами называют абсолютной поперечной деформацией.

$$\Delta h = h_1 - h_0, \quad \Delta b = b_1 - b_0$$

Чтобы определить относительные деформации, нужно абсолютные деформации разделить на начальные размеры стержня.

Относительная продольная деформация вдоль оси Z:

$$\varepsilon_Z = \frac{\Delta l}{l_0} \quad 2.1$$

Относительные поперечные деформации вдоль осей Y и X:

$$\varepsilon_Y = \frac{\Delta h}{h_0}, \quad \varepsilon_X = \frac{\Delta b}{b_0}$$

Продольная и поперечная деформации всегда разного знака: при удлинении стержня происходит его сужение, при укорочении стержня происходит его расширение. Интересно, что для любого материала в природе между поперечной и продольной деформациями наблюдается линейная зависимость:

$$\varepsilon_Y = -\mu \varepsilon_Z \quad 2.2$$

Знак минус в этом выражении поставлен для того, чтобы коэффициент μ был всегда положительным. Этот коэффициент для каждого материала имеет свое значение. Он представляет собой важную характеристику материала, называемую коэффициентом поперечной деформации или коэффициентом Пуассона. Этот коэффициент можно определить опытным путем, если найти отношение поперечной деформации к продольной:

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_Y}{\varepsilon_Z} \right| \quad 2.3$$

Он показывает, как сильно влияет продольная деформация на поперечную. Наибольшее значение коэффициент принимает для резины - 0,5, наименьшее - для материала, который называется пробка. Для него коэффициент Пуассона практически равен нулю. Если сжимать стержень, изготовленный из пробки, то при его укорочении поперечные размеры остаются без изменений. Для металлов коэффициент Пуассона лежит в интервале 0,25 - 0,35. Для стали он зависит от ее марки. В практических расчетах для стали коэффициент Пуассона можно считать равным 0,3.

2.2 Напряжения при растяжении стержня

Представим мысленно брус, состоящий из бесчисленного множества волокон, параллельных его оси (см. рис. 2.3). При его растяжении или сжатии каждое волокно удлиняется или укорачивается. В результате изменяется продольный размер всего бруса, т.е. его длина. Продольная деформация приводит к возникновению внутренних продольных сил в каждом волокне.

Поперечные размеры всего бруса изменяются за счет изменения поперечных размеров каждого из его волокон. Волокна стержня никак не взаимодействуют друг с другом в поперечном направлении, т.е. никакие волокна не оказывают давления на соседние волокна.

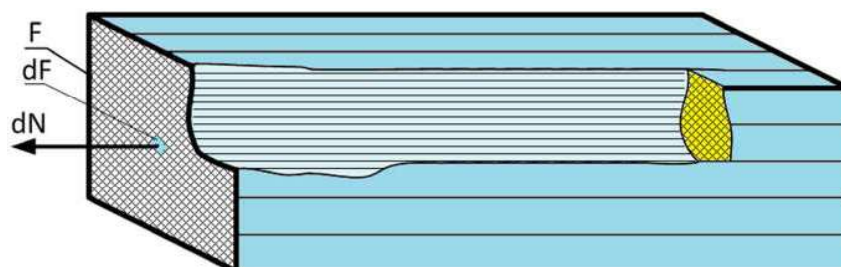


Рис. 2.3. Модель стержня, как набор продольных волокон

В силу того, что при растяжении-сжатии деформации всех волокон бруса одинаковы, напряжения по сечению бруса согласно закону Гука тоже не изменяются. Эпюра напряжений при осевом растяжении-сжатии бруса по высоте и ширине его сечения будет равномерной, т.е. такой, как показано на **левом** рисунке рис. 2.4.

Такая эпюра получается в том случае, когда напряжение не зависит от координат, по направлениям которых она строится, т.е.: $\sigma(x, y) = const$

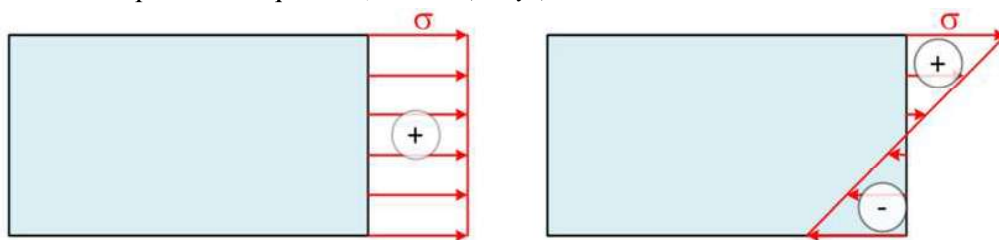


Рис. 2.4. Различные эпюры напряжений по высоте сечения

Тогда нормальные напряжения при растяжении и сжатии:

$$\sigma = \frac{N}{F} \quad 2.5$$

По этой формуле можно вычислить напряжения в любом сечении, подставляя в числитель значение N из эпюр и в знаменатель - площадь сечения.

2.3. Расчет на прочность

Расчет на прочность проводят для того, чтобы не допустить разрушения бруса. При этом нужно знать, какую предельную нагрузку он может выдержать. Если расчетная нагрузка окажется меньше предельной, то, очевидно, разрушения не будет. Предельную нагрузку можно определить только путем испытания копии детали до полного разрушения.

Необходимость проводить специальные разрушающие опыты с использованием специального оборудования всякий раз, когда выполняется расчет на прочность, должно сильно усложнить задачу.

Чтобы расчеты на прочность сделать простыми за счет использования универсальных опытных данных, их следует проводить не по нагрузкам, а по напряжениям. В силу того, что напряжения рассчитываются как отношение внутренней силы к площади сечения, напряжение для предельной нагрузки, полученной при испытаниях для разных размеров сечения бруса, будет всегда одинаково. Таким образом, предельное (опасное) опытное напряжение, приводящие к разрушению, являются некоторой константой для данного материала. При выполнении прочностных расчетов не нужно всякий раз проводить испытание материала, т.к. необходимые данные по нему, скорее всего, уже есть в справочниках.

Формально расчет на прочность проводится в форме проверки или решения неравенства:

$$\sigma_{max} \leq [\sigma] \quad 2.6$$

В левой части этого неравенства – всегда расчетная величина; в правой – опытная.

Предельное значение напряжения $[\sigma]$, полученного из опытов, называют **допускаемым напряжением**.

Если условие прочности выполняется, то разрушения не будет. Напряжения при растяжении и сжатии рассчитываются по формуле 2.5. Тогда условие прочности можно записать в таком виде:

$$\frac{N_{max}}{F} \leq [\sigma] \quad 2.7$$

Из анализа формулы следует, что возможны три варианта расчета на прочность.

1) **Проектный расчет.** Известна внешняя нагрузка, а значит, становится известной внутренняя сила N , задан материал бруса, а значит, известно допускаемое напряжение. Требуется вычислить размеры сечения.

$$F \geq \frac{N_{max}}{[\sigma]} \quad 2.8$$

Такой вариант расчета применяется при проектировании деталей машин или элементов инженерных конструкций, поэтому и называется проектным.

2) **Расчет на допускаемую нагрузку.** Заданы размер сечения и материал. Требуется определить максимальную безопасную внешнюю нагрузку, т.е. допускаемую нагрузку.

$$[P] = N_{max} \leq F [\sigma] \quad 2.9$$

3) **Проверочный расчет.** Известны и размеры сечения, и материал, и внешняя нагрузка. Требуется проверить, может ли произойти разрушение при данных значениях параметров. Если условие прочности:

$$\frac{N_{max}}{F} \leq [\sigma]$$

не выполняется, нагружать данный элемент конструкции заданной нагрузкой нельзя – это приведет к разрушению.

Примеры.

Имеется некоторый груз. Требуется определить, какой диаметр должен иметь стальной трос, чтобы можно было бы этот груз поднять. Это вариант проектного расчета.

Другой пример. Имеется стальной трос некоторого диаметра. Требуется рассчитать, какой груз можно поднять данным тросом. Это вариант расчета на допускаемую нагрузку.

Третий пример. Имеется стальной трос заданного диаметра и некоторый груз заданной массы. Требуется определить, можно ли данным тросом поднимать данный груз. Это вариант проверочного расчета.

2.4 Испытание материалов на растяжение и сжатие. Механические характеристики материалов. Выбор допускаемого напряжения.

2.4.1 Испытание на растяжение.

Испытание материалов на растяжение является основным способом определения механических характеристик материала.

Для испытаний готовят стандартные образцы стандартной длины и стандартного сечения. Можно применять образцы круглой и прямоугольной форм сечения. Образец зажимается в захватах мощной разрывной машины и подвергается растяжению до разрыва на 2 части. Схема установки и принцип ее работы подробно рассматриваются методических указаниях к проведению лабораторной работы. Результаты испытаний отражаются на машинной диаграмме, которую автоматически вырисовывает разрывная машина.

Машинная диаграмма представляет собой график зависимости развиваемого разрывной машиной усилия от величины происходящего удлинения стержня. Далее машинную диаграмму вручную перестраивают в координатах «напряжение – относительная деформация». Для этого значения для характерных точек диаграммы (точки перегибов) пересчитывают.

Для пластичных и хрупких материалов получают свои характерные диаграммы. Они показаны на рис. 2.5 а) – для пластичных, б) – для хрупких.

На диаграмме можно выделить несколько характерных точек. Точка А – это точка, до которой диаграмма - практически прямая линия. До нее зависимость напряжения от относительной деформации – линейна: напряжения прямо пропорциональны деформациям. Такая закономерность характерна для большинства материалов и носит название закона Гука:

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad 2.10$$

Модуль упругости E является характеристикой жесткости материала, т.е. мерой сопротивляемости деформированию. Графически закон Гука изображается прямой, проходящей через начало координат. Причем, угол наклона графика тем больше, чем больше

модуль упругости материала. Например, модуль упругости для стали выше, чем для алюминия, а для алюминия выше, чем для дерева. Поэтому для стали диаграмма поднимается круче, чем для алюминия, а для алюминия круче, чем для дерева. Определить модуль упругости материала можно как тангенс угла наклона диаграммы до точки А.

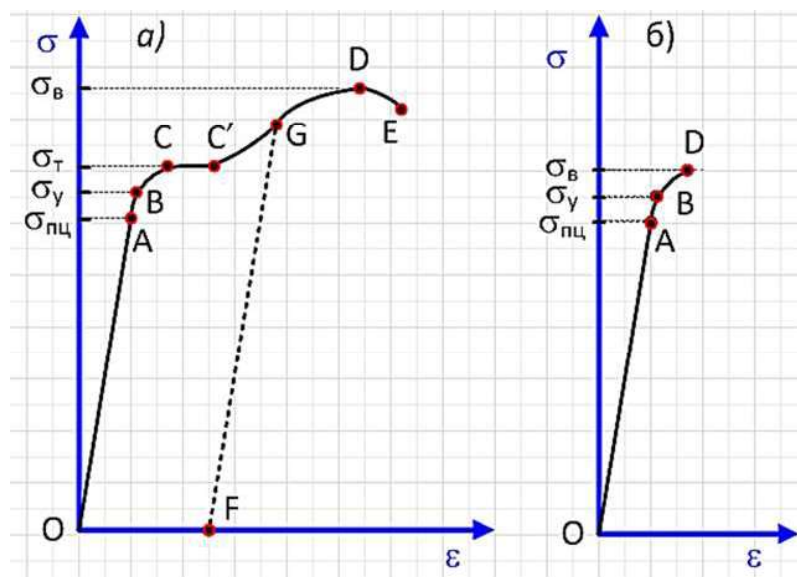


Рис. 2.5. Диаграммы растяжения пластичного (а) и хрупкого (б) материалов

Следующая характерная точка диаграммы – это точка В. Если нагружение прервать до достижения этой точки, то разгрузка произойдет по той же линии, по которой шло нагружение. В результате диаграмма вернется в начало координат. Деформация после разгрузки будет равной нулю. До точки В в материале возникают только упругие деформации, после – остаточные (пластические).

Точка С на диаграмме находится в самом начале небольшого горизонтального участка диаграммы. Этот участок диаграммы называют площадкой текучести. По достижению этой точки начинается явление, которое называется течением материала. Машина продолжает растягивать, образец удлиняется, а растягивающее усилие при этом не меняется. В этот момент в материале развиваются значительные пластические деформации. Если процесс нагружения остановить, выключив разрывную машину, то разгрузка произойдет по линии, которая параллельна линии нагружения (линия GF). Диаграмма не вернется в начало координат. Напряжения упадут до нуля, а деформация останется (отрезок OF). Чем длиннее площадка текучести, тем больше будет остаточная деформация. Важно, что по достижению т. С материал потерял способность к упругому сопротивлению, а это в сопротивлении материалов равносильно его разрушению.

При дальнейшем растяжении диаграмма достигает т. D. Это самая высокая точка диаграммы. За ней кривая напряжения начинает снижаться. После достижения т. D, в образце образуется местное сужение или **шейка**. Площадь сечения шейки меньше площади сечения остальной части образца и поэтому требуется меньшая сила для растяжения.

Диаграмма заканчивается в момент полного разрыва образца – т. E.

Точки А, В, С и D – это важнейшие точки, которым соответствуют определенные напряжения по шкале σ . Эти напряжения определяют механические характеристики данного материала.

Точке А соответствует характеристика, называемая пределом пропорциональности материала $\sigma_{пц}$. Предел пропорциональности – это напряжение, до которого деформации, возникающие в материале прямо пропорциональны приложенному растягивающему усилию, т.е. предел выполнения закона Гука.

Точке В соответствует характеристика, называемая пределом упругости материала σ_y . Предел упругости – это напряжение, до которого в материале возникают только упругие деформации. Если нагружение прервать до достижения предела упругости, то остаточных деформаций не будет.

Точке С соответствует характеристика, называемая пределом текучести материала σ_T . Предел текучести – это напряжение, при котором деформации растут при постоянной нагрузке.

Для хрупких материалов площадка текучести не наблюдается. Предел текучести для них не существует (см. рис. 2.5 б).

Точке D соответствует характеристика, называемая пределом прочности материала σ_B , или временным сопротивлением разрыву. Предел прочности – это максимальное напряжение, которое может в материале возникнуть. Никакими способами поднять напряжение в материале выше предела прочности не получится: деталь просто разрушится.

Здесь можно выделить еще одну важную характеристику, называемую относительным удлинением при разрыве $\delta_{разр}$. Она рассчитывается по формуле:

$$\delta_{разр} = \frac{\Delta l_{разр}}{l_0} 100\% = \frac{l_{разр} - l_0}{l_0} 100\% \quad 2.12$$

Эта величина характеризует степень пластичности материала. Чем больше относительное удлинение при разрыве, тем выше пластичность материала. Принято считать, что если эта характеристика больше 5%, то материал является пластичным. В противном случае, материал считают хрупким.

2.4.2 Испытание на сжатие

Для испытания на сжатие готовят цилиндрические образцы. Их подвергают сжатию с помощью гидравлического пресса. Машина строит диаграмму сжатия. Для пластичных и хрупких материалов получаются свои характерные диаграммы. Также как и машинную диаграмму растяжения ее перестраивают в координатах напряжение - деформация. Типичные диаграммы сжатия показаны на рис. 2.6.

Диаграмма сжатия пластичного материала в отличие от диаграммы растяжения не имеет предела прочности. При сжатии достичь максимального напряжения не удастся. Пластичный материал продолжает сжиматься до тех пор, пока мощность машины достаточна для этого. При достижении предельных нагрузок машины, процесс приходится останавливать. Теоретически образец можно сжимать до получения тонкой фольги.

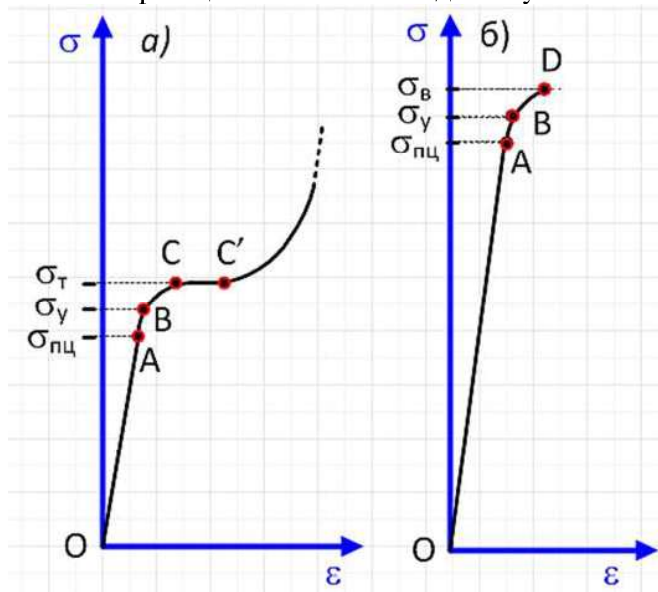


Рис. 2.6. Диаграммы сжатия пластичного и хрупкого материалов

Для пластичного материала большая часть диаграммы сжатия почти совпадает с диаграммой растяжения. Это объясняется их особенностью: их сопротивление растяжению и сжатию одинаково. Для хрупких материалов диаграмма сжатия значительно выше диаграммы растяжения. Они сопротивляются сжатию значительно лучше, чем растяжению. Чтобы добиться разрушения детали из хрупкого материала путем растяжения, требуется приложить нагрузку значительно меньшую, чем нагрузку для его разрушения путем сжатия.

2.4.3. Выбор допускаемого напряжения

Испытание материала проводится для того, чтобы определить его механические характеристики. Для выполнения расчета на прочность нужно знать допускаемое напряжение материала. Чтобы определить его значение, сначала по диаграмме растяжения или сжатия выбирается опасное напряжение, по достижении которого наступает опасное состояние. Опасное состояние - это последнее состояние, которое предшествует разрушению. Даже небольшое увеличение нагрузки уже недопустимо. Для хрупких материалов в качестве опасного напряжения выбирается предел прочности материала.

Для пластичных материалов опасным считается предел текучести. Если напряжение превышает предел упругости, то в материале возникают пластические деформации. Возникновение пластических деформаций в сопромате означает разрушение. Поэтому напряжения не могут превышать предел упругости. Но предел упругости на практике определить сложнее, чем предел текучести – его хорошо видно на диаграмме. Разница же между ними невелика. Поэтому за опасное напряжение для пластичных материалов принимается предел текучести.

В условии прочности, в правой его части находится не опасное, а допускаемое напряжение. Допускаемое напряжение рассчитывается из опасного, путем уменьшения его в n раз. Величина n называется нормативным коэффициентом запаса прочности. Производя расчет на прочность не по опасному, а по допускаемому напряжению мы закладываем в конструкцию запас по прочности. Запас нужен для любой конструкции. Коэффициент запаса - не расчетная величина, а нормативная, т.е. устанавливается особыми нормативами (ГОСТами, СНиПами и др). Любой запас означает, что конструкция становится более материалоемкой, чем могла бы быть без запаса. Перерасход материала ведет к удорожанию конструкции. Однако нельзя задать коэффициент запаса равным единице. Это можно объяснить тем, что когда рассчитывается реальный объект, на самом деле используется его расчетная схема, а расчетная схема – это упрощенное представление объекта. Заранее предполагается, что в расчет заложена ошибка – ошибка, связанная со схематизацией, модель всегда несколько отличается от оригинала. Поэтому чем точнее расчетная схема, тем ниже можно назначить коэффициент запаса.

Схема выбора допускаемого напряжения:

$$\sigma_{опас} = \begin{cases} \sigma_T - \text{пласт. мат} - \text{лов} \\ \sigma_e - \text{хрупк. мат} - \text{лов} \end{cases} \quad 2.13$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{опас}}{n}$$

2.5 Перемещения поперечных сечений. Расчет на жесткость.

При растяжении или сжатии каждое поперечное сечение перемещается вдоль оси бруса. В примере, показанном на рисунке 2.7, перемещение крайнего правого - торцевого сечения составляет величину Δl . Оно же равно удлинению всего стержня.

Если эпюра N – постоянная: $N(z) = N = \text{const}$.

Если брус имеет по всей длине постоянное сечение, то: $F(z) = F = \text{const}$.

Величина E – модуль упругости материала для цельного бруса из единого материала меняться по длине не может: $E = \text{const}$.

Тогда удлинение:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}$$

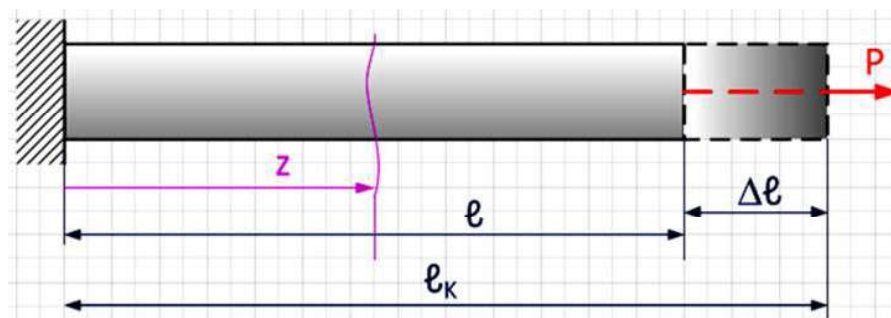


Рис. 2.7. Удлинение стержня и определение продольной силы в сечении бруса

Произведение EF находится в знаменателе формулы, и соответственно, чем оно больше, тем при одной и той же нагрузке N и длине стержня меньше деформация. Поэтому это произведение двух величин называют **жесткостью** стержня или жесткостью бруса при растяжении-сжатии.

Полученная формула для частного случая может быть применена только для стержней с постоянной жесткостью и постоянной эпюрой ВСФ – продольной силы $N = \text{const}$.

Расчет на жесткость.

Для некоторых конструкций требуется выполнить расчет на жесткость. Для чего нужен расчет на жесткость, было подробно рассмотрено ранее (тема 1). Для стержней, работающих на растяжение или сжатие, условие жесткости записывается по удлинению (укорочению) стержня или по максимальному перемещению поперечного сечения и выглядит следующим образом:

$$\Delta l_{max} \leq [\Delta l] \quad 2.15$$

Если условие жесткости не выполняется, нужно увеличить жесткость стержня. Т.к. жесткость это произведение двух величин EF , то ее можно увеличить двумя способами: либо заменив материал (с большим модулем упругости E), либо увеличив размер сечения (выбрав большую площадь сечения).